

О.В. Порубай

(Узбекистан, г. Фергана, Ферганский филиал Ташкентского университета информационных технологий им. Мухаммада ал-Хоразмий)

МНОГОМАСШТАБНЫЕ ВЕЙВЛЕТ- ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КАК МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СЖАТИЯ СИГНАЛОВ

Рассмотрена актуальная проблема уменьшения большого потока информационных данных за счет сжатия информации известными методами вейвлет-преобразования. Описаны вейвлеты и проанализированы их функции при сжатии информации.

This article touches upon the current topic, reducing the large flow of information data by compressing information, known methods of wavelet transform. A description of wavelets and analysis of their functions in the compression of information.

Ключевые слова: информационный поток, вейвлеты (всплески), вейвлет-преобразование, анализ изображений, симлеты, койфлеты.

Keywords: information flow, wavelets, wavelet transform, image analysis, symlets, coiflet.

Введение

Современная эпоха имеет такое огромное количество информационных потоков данных, что для обработки, хранения и передачи этих данных не обойтись без цифрового преобразования, которое, в свою очередь, представлено последовательностью 0 и 1, имеющих достаточно большую длину. В данной статье рассматривается актуальная тема анализа различных вейвлет-преобразований для решения задачи сжатия и уменьшения объемов цифровой информации за счет отбрасывания ненужных составляющих.

Среди множества решений задачи сжатия информационных потоков данных одну из главных позиций занимают вейвлеты, которые рассматриваются многими учеными в различных областях науки.

Впервые упоминание о понятии «вейвлет» было описано в работах таких ученых, как А. Гроссман и Ж. Морле, которые занимались цифровой обработкой и анализом сейсмических сигналов. Но как показывает история, более раннее понятие вейвлетов затрагивалось немецким физиком Альфредом Хааром еще в 1910 году, когда им была опубликована полная ортонормальная система базисных функций с локальной областью определения (сейчас они называются вейвлетами Хаара или HAAR-вейвлеты) [3]. Описанные в данном труде функции (рис. 1.), очень удобны для анализа:

$$\psi(t) = \begin{cases} +1, & 0 \leq t < 0,5 \\ -1, & 0,5 \leq t < 1 \\ 0, & t < 0, t \geq 1 \end{cases}$$

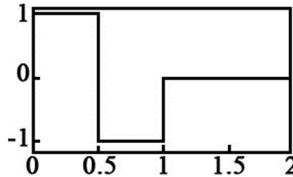


Рис. 1. График HAAR-вейвлета

Связь вейвлетов и многомасштабного анализа

Предлагаю рассмотреть задачу: имеется некий сигнал (в нашем случае изображение). Для раскрытия идеи многомасштабного анализа следует взглянуть на сигнал сначала очень близко под микроскопом, затем через лупу, потом отойти и посмотреть издали (рис. 2.).



Рис.2. Пример многомасштабного анализа изображения

Что же это нам даст? Первое, мы можем поэтапно уточнять сигнал и выявлять его особенности, далее разделять их по интенсивности. Второе, в зависимости от масштаба можно определять динамику изменения сигнала.

Если резкие скачки чаще всего видны "невооруженным глазом", то взаимодействия событий на мелких масштабах, перерастающие в крупномасштабные явления, увидеть очень сложно. И наоборот, если акцентироваться только на мелких деталях, можно не заметить явлений, происходящих на более широком уровне [2].

Перечислим преимущества вейвлетов: первое - вейвлет-алгоритмы работают не с частью изображения, а с изображением целиком; второе - благодаря им, легче проводить анализ прерывистых сигналов и сигналов с резкими всплесками; третье - качество практически не меняется, даже при вейвлет-сжатии в стократном размере.

Рассмотрим идею применения вейвлет-преобразований для многомасштабного анализа: рассматриваемый сигнал можно разложить по базису, каждая функция базиса характеризует отдельную (временную) частоту и ее расположения в физическом пространстве.

Для более лучшей замены одного исходного сигнала на другой, вейвлеты могут подвергаться масштабированию и сдвигу (смещению).

Результат вейвлет-преобразования - обычный массив числовых коэффициентов. Такая форма представления информации очень удобна, поскольку числовые данные легко обрабатывать [1].

Затем следует еще один очень важный этап - пороговое преобразование. Нужно отбросить коэффициенты, значение которых близко к нулю. Но не следует забывать о том, что при этом происходит потеря информации, которую невозможно будет восстановить, ведь отброшенные коэффициенты участвуют в формировании сигнала. Поэтому выбранное пороговое значение коэффициентов значительно влияет на качество сигнала – если будет задан слишком высокий порог, то он повлечет за собой падение качества [1].

В отличие от преобразования Габора, вейвлет-преобразования имеют преимущества в том, что они покрывают координатную плоскость ячейками разной формы, но одинаковой площади (рис. 3.), что дает возможность хорошо расположить низкочастотные детали сигнала в частотной области, а высокочастотные – во временной (резкие скачки, пики и т.п.).

Также благодаря вейвлет-анализу имеется возможность проводить исследование поведения функций, не имеющих производных ни в одной своей точке, называемых фрактальными.

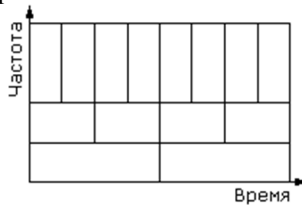


Рис. 3. Фазовая плоскость вейвлет-преобразования

Анализ сравнения различных видов вейвлет-преобразований

Первыми будем рассматривать **вейвлеты Хаара**. Они имеют хорошую возможность быть локализованными в пространстве, но т.к. сигнал имеет широкий спектр частот, в частотной области они не очень хорошо локализованы. У вейвлетов Хаара функция ψ имеет вид прямоугольных импульсов сигнала (значение 1 в интервале $[0,0.5]$ и -1 в интервале $[0.5,1]$), а функция ϕ имеет значение 1 в интервале $[0,1]$ и 0 за пределами этого интервала (рис. 4).

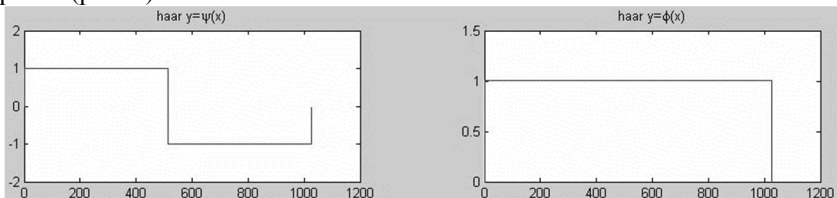


Рис. 4. Вейвлет Хаара и его функции ψ и ϕ

На примере преобразования Хаара хорошо увидеть структуру вейвлет-преобразования дискретного сигнала. На каждом шаге преобразования сигнал распадается на две составляющие: приближение с более низким разрешением – аппроксимацию и детализирующую информацию [4].

Вейвлеты Хаара обладают «негладкостью», тем самым не могут быть применены для полной реконструкции сигнала. В данном случае на помощь приходят **вейвлеты Добеши**, названные в честь Ингрид Добеши, которая предложила использовать функции, вычисляемые итерационным путем.

Вейвлеты Добеши имеют следующие свойства: ортогональность, компактный носитель (т.е. среднее значение функции равно нулю и функция быстро убывает на бесконечности), а также эти функции $n+2$ раз пересекают ось абсцисс. При этом n называют порядком вейвлета. При $n = 1$ получаем вейвлет Хаара [5]. Вейвлеты Добеши 2, 4 и 10 порядка, представлены на рис. 5.

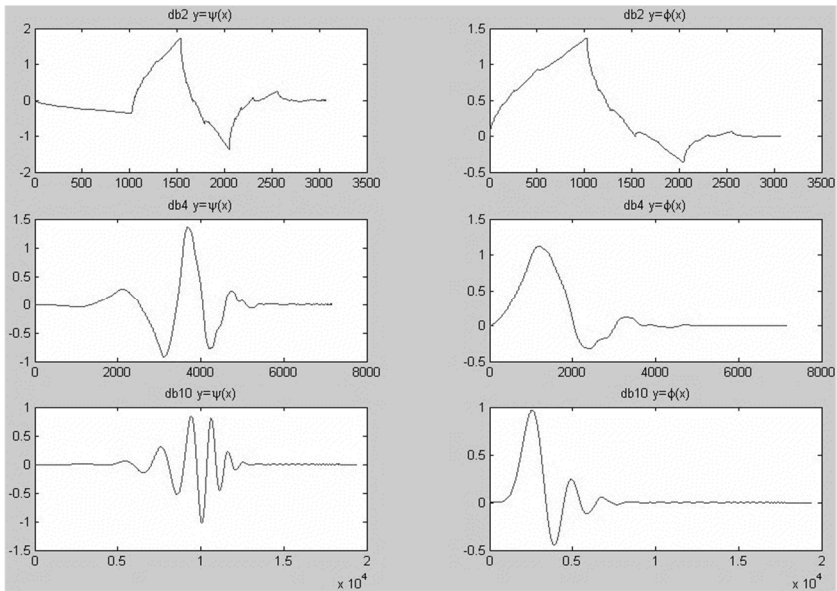


Рис. 5. Вейвлеты Добеши порядка 2, 4 и 10

Из рис. 5 можно увидеть, что «гладкость» вейвлета возрастает при увеличении порядка вейвлета – это увеличивает его возможности, однако, приводит к увеличению объема вычислений при преобразовании.

Использование вейвлетов Добеши уменьшается, в связи с этим они не могут обладать симметричностью. Но есть возможность приближения к симметрии благодаря таким вейвлетам, которые получили название **симлетами**.

Вопрос о построении вейвлетов, у которых не только функция вейвлета $y(x)$, но и порождающий вейвлет $j(x)$ имеют нулевые моменты, был впервые

поставлен Р.Койфманом, поэтому такие вейвлеты называются *койфлетами*. Наличие нулевых моментов в порождающих вейвлетах облегчает анализ и вейвлетпреобразование. Койфлеты несимметричны, однако они более симметричны, чем вейвлеты Добеши [5]. На рис. 6 показан вид функций симлетов и койфлетов.

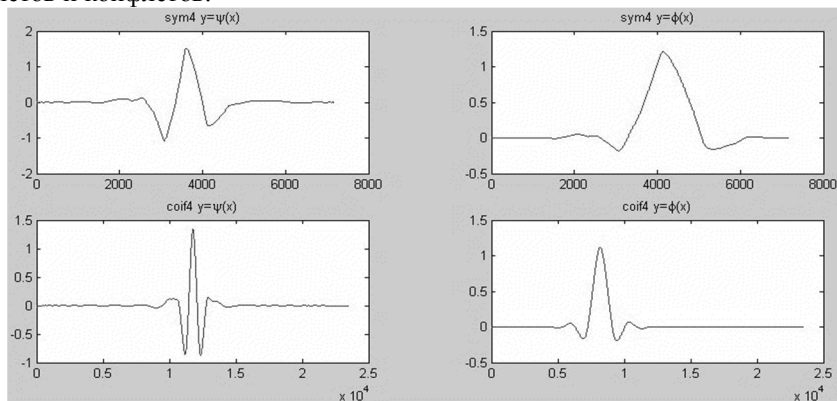


Рис. 6. Вид функций симлетов и койфлетов 4-го порядка

Заключение

Подведем некоторые итоги:

- Большой коэффициент сжатия при помощи вейвлет-преобразований делает изображение менее четким, что воспринимается человеческим глазом гораздо лучше.
- Имеется возможность использования различных функций в качестве базисных, а также создание новых вейвлетов для разных типов сигналов с более точным приближением к ним.
- Имеется возможность поэтапного отображения изображения в процессе загрузки по сети.

Список литературы

1. *Бурнаев, Е.В.* Применение вейвлет-преобразования для анализа сигналов: учебно-методическое пособие/ Е.В. Бурнаев. – М.: МФТИ, 2007. – 138 с.
2. *Воробьев, В.И.* Теория и практика вейвлет-преобразования/ В.И. Воробьев, В.Г. Грибунин. – СПб.: ВУС, 1999. – 204 с.
3. *Демьянович, Ю.К.* Введение в теорию вейвлетов: курс лекций/ Ю.К. Демьянович, В.А. Ходаковский. – СПб.: Изд-во С.-Пб. ун-та, 2007. – 49 с.
4. *Нагорнов, О.В.* Вейвлет-анализ в примерах: учебное пособие/ О.В. Нагорнов, В.Г. Никитаев, В.М. Простокишин, С.А. Тюфлин, А.Н. Проничев, Т.И. Бухарова, К.С. Чистов, Р.З. Кашафудинов, В.А. Хоркин. – М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 120 с.
5. Электронный ресурс: http://www.kafedra-des.narod.ru/download/sdes/3_wavelet.pdf

Материал поступил в редколлегию 13.09.18.