

У.Ю. Ахунджанов
(г. Фергана, Ферганский филиал Ташкентского университета
информационных технологий имени ал-Хоразмий)

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассматриваются задачи о распространении одномерных пластических волн в грунте при воздействии на границу грунтового полупространства интенсивной нагрузки убывающего профиля.

In this article observe the problem of spread of the one – dimensional plastic waves in the ground with influence to the board of ground half – space of the intensive load of the descending profile.

Ключевые слова: распространение пластических волн, дифференциальное уравнение, граничные условия, массовая скорость, скорость фронта.

Keywords: The spread of plastic waves, the differential equation, the boundary condition, the velocity of the mass, the velocity of the front.

Вопросы динамики быстротекущих процессов в структурно – неоднородных средах с различными включениями становятся всё более актуальными. Это связано с использованием взрыва в породном хозяйстве, необходимостью прогнозирования прочности специальных подземных сооружений и элементов конструкции в зонах интенсивного воздействия взрывного или сейсмического характера, а также с обеспечением сейсмостойкости различных гидротехнических и заглубленных в грунт сооружений, коммуникаций, тоннелей метрополитена и их элементов в сейсмических районах страны.

Очевидно, что при интенсивных кратковременных сейсмозрывных и других воздействиях, в большинстве встречающихся в практике случаях напряженные состояния сооружений, конструкций и окружающей их среды (грунт, воздух, вода) находятся за пределами упругости, а их материалы подвергаются в основном упругопластическим деформациям. В этом случае для определения нагрузок на многослойные подземные сооружения различной формы от указанных воздействий необходимо, в первую очередь, исследовать распространение упругопластических, в том числе пластических, волн в окружающей их слоистой среде и их кинематические параметры.

В связи с изложенным рассматривается ряд задач о распространении и отражении одномерных (плоской и сферической) пластических волн в грунтах и слоистых средах при воздействии на границу каверны $r = r_0$ интенсивной и монотонно убывающей во временной нагрузке $P_0(t)$.

Отметим, что аналогичные задачи ранее были исследованы в работах [1,2,3]. Причем в [2] аналитически обратным способом решения задачи о распространении плоской и сферической волн в нелинейно – сжимаемой среде с линейной и ломаной (в виде двух прямых с различными модулями юнга E_1 и E_2) разгрузками. Эти задачи в рамках «пластических газов» при конечных деформациях среды рассмотрены в [1] для идеальной пластической среды, а с учетом касательных напряжений грунта в [3]. В этих работах рассматриваемые задачи сведены к системе двух интегро-дифференциальных уравнений относительно радиуса каверны и функции деформации $\varphi(r)$, которые решаются численно на ЭВМ.

В предлагаемой работе в отличие от [1,2,3], указанные одномерные задачи при малых деформациях грунта решены для случая когда в области разгрузки среды зависимость между давлением P и объёмной деформацией ε состоит из вертикальной и наклонной прямой с модулем Юнга E . Как было указано, при интенсивных воздействиях грунт моделируется нелинейно – сжимаемой идеальной средой, обладающей за фронтом ударной волны $r = R(t)$ необратимым процессом разоружения. На фронте ударной волны, где происходит нагружение среды, зависимость между давлением P и объёмной деформацией ε принимается в виде полинома второй степени $P = (\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon) \cdot \varepsilon$, а разгрузочная ветвь этой диаграммы $P \approx \varepsilon$ состоит из вертикальной и наклонной с модулем юнга E линии (рис.1). Если в области возмущения (рис.1 область 1) давление $P(r,t) \geq P_1$, где P_1 - заданная постоянная величина, то, в отличие от [2,3], наблюдается вертикальная разгрузка, далее при $P(r,t) < P_1$, - необратимая упругая разгрузка среды со скоростью распространения $C_p = \sqrt{E/P_0}$. На линии $r = R^*(t)$ (рис.1) давление $P(r,t) = P_1$, является постоянной величиной, а деформации ε зависят от времени. В зависимости от величины скорости $R^*(t) = dR^*(t)/dt$ в физической плоскости (r,t) возникают различные волновые схемы [2]. Построим аналитические решения задач с учетом этого обстоятельства.

Для решения задачи в области 1 (рис.1), где происходит жесткая разгрузка, имеем уравнения движения, неразрывности и состояния среды, соотношения на фронте волны $r = R(t)$ и граничное условие (начальные условие – нулевые) в виде [3].

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial U}{\partial r} + v \frac{U}{r} \right) = 0, \quad \varepsilon = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \varepsilon^*(r), \quad (1)$$

$$P^* = \rho_0 R^2(t) \varepsilon^*(t), \quad U^*(t) = \varepsilon^*(t) \dot{R}(t), \quad (2)$$

$$P^*(t) = \alpha_1 \varepsilon^* + \alpha_2 \varepsilon^{*2}, \quad \text{при } r = R(t),$$

$$P(r,t) = P_0(t), \text{ при } r = r_0, \quad (3)$$

где U – массовая скорость, ρ – плотность; P – давление; ε – объемная деформация; α_1, α_2 – положительные экспериментально определяемые коэффициенты, $\nu = 0, 1, 2$ – относятся к плоскому, цилиндрическому и сферическому слою. Параметры среды, относящейся к фронту, обозначены сверху звездочкой. Решая уравнение (1) с учетом (2) и (3) аналитическим способом, определяем давление и массовую скорость на возмущенных областях 1, 2, 3... и т.д. и на фронте волны на $r = R(t)$ а также объемную деформацию.

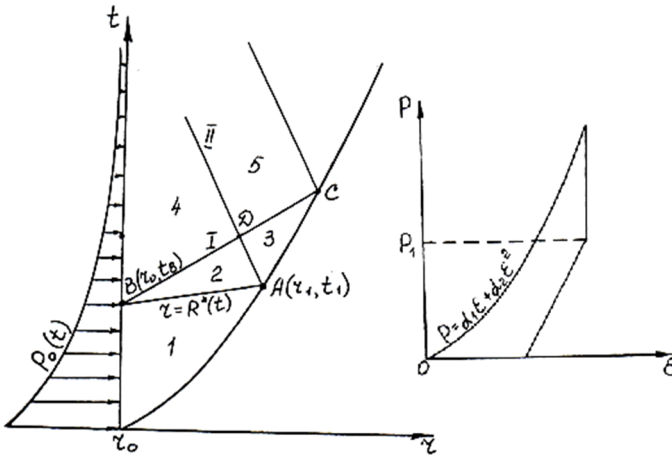


Рис. 1. Волновая схема для плоской задачи

Результаты расчётов для исходных параметров

$$\alpha_1 = 121,27 \text{ МПа}, \alpha_2 = 58,73 \cdot 10^2 \text{ МПа} \cdot \text{E} = 14 \cdot 10^2 \text{ МПа}, \quad (4)$$

$$P_0 = 10 \text{ МПа}, P_1 = 3 \text{ МПа}, \rho_0 = 2 \text{ кНс}^2 / \text{М}^4, r_0 = 0,1 \text{ м},$$

в случае, когда профиль нагрузки задан в виде:

$$P_0(t) = P_0 \exp(-\alpha t), \quad (5)$$

приводятся на рис.2, где внутренние масштабы по r и по t соответствуют $\nu = 0$.

При распространении в грунте цилиндрической и сферической пластической волны поверхность изобары давления, где $P(r,t) = P_0$, получается вытянутой во времени, а в плоском случае – вытянутой в сторону пространственной координаты r . Скорость сферической волны $R(t)$ в зависимости от времени затухает быстрее, чем скорость цилиндрической и плоской волн. При распространении в грунте плоской волны распределение

объемной деформации $\varepsilon(t)$ и массовой скорости $U(t)$ на поверхности $R^*(t)$ при $P(r,t) = P_1 = const$, имеет немонотонный характер, т.е. вблизи фронта волны наблюдается возрастание указанных параметров в зависимости от времени t (рис.2). Величины параметров $P^*(t), R(t), U^*(t), u \varepsilon^*(t)$ на фронте волны в зависимости от времени уменьшаются по нелинейному закону.

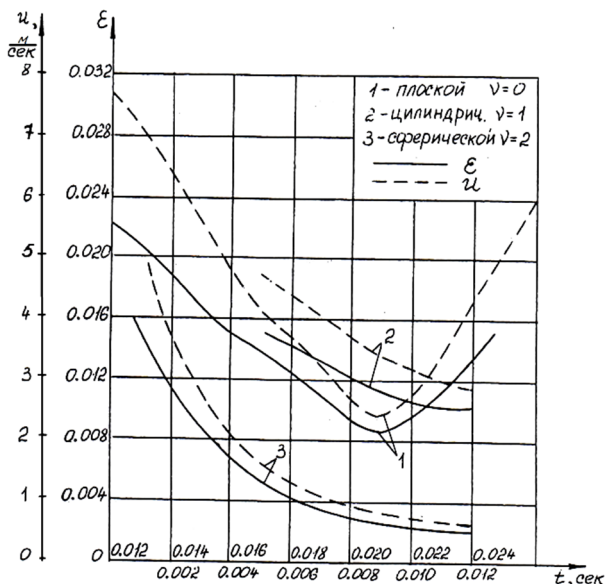


Рис. 2. Изменение массовой скорости и объемной деформации на поверхности в зависимости от времени

Таким образом, были рассмотрены задачи о распространении одномерных пластических волн в грунте при воздействии на границу грунтового полупространства интенсивной нагрузки.

Список литературы

1. Рахматулин, Х.А. Вопросы динамики грунтов/ Х.А. Рахматулин, А.Я. Сагомоян, Н.А. Алексеев. – М.: Изд-во МГУ, 1964.–239 с.
2. Атабоев, К. Распространение одномерной пластической волны в среде с линейной и ломанной разгрузками./ К. Атабоев, Н. Мамадалиев //ПМТФ, – 1981. – №3. – С.141-149.
3. Рахматулин, Х.А. О распространении ударной волны взрыва в грунтах./ Х.А. Рахматулин, Л.Н. Степанова // Вопросы теории разрушения пород действием взрыва. – 1958. – С.49-156.

Материал поступил в редколлегию 16.09.18.