DOI: 10.30987/conferencearticle_5e028212131127.16516091
УДК 681.51

И.В. Быстрова, Е.А. Данильчук, Б.П. Подкопаев
(г. Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина))
I.V. Bystrova, E.A. Danilchuk, B.P. Podkopaev
(Saint-Petersburg, Saint-Petersburg Electrotechnical Univercity)

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ОШИБКИ В СЕТЯХ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ

ERROR LOCALIZATION DIAGNOSTIC MODEL OPTIMIZATION IN DIGITAL STATE MACHINES NETWORKS

Рассматривается задача построения диагностической модели для сети S, состоящей из нескольких цифровых автоматов, при условии, что диагностические модели всех компонентов сети известны. Предполагается, что эти модели заданы системами логических уравнений, а подлежащие обнаружению ошибки локализуются в любом, но единственном компоненте сети. Построена диагностическая модель.

The problem of constructing a diagnostic model for a network S consisting of a number of digital automata is considered, provided that the diagnostic models of all network components are known. It is assumed that these models are given by systems of logical equations, and the errors to be detected are localized in any but a single component of the network.

Ключевые слова: функциональное диагностирование, диагностическая модель, цифровой автомат, сеть из цифровых автоматов, логические уравнения, ошибки в сети, функции: соответствия, переходов, выходов, решающая функция.

Keywords: functional diagnosis, diagnostic model, the digital state machine, a network of digital machines, logic equations, errors in network functions: compliance, transitions, outputs, critical function.

В последние годы задача диагностического моделирования сетей из цифровых автоматов достаточно часто рассматривается в публикациях разного уровня, что можно объяснить востребованностью их результатов в приложениях. В частности, к таким публикациям относятся работы [1, 2, 3]. В первой из них успешно решена задача обнаружения ошибок, происходящих в любом, но единственном компоненте сети из автоматов состояний [4], во второй это решение обобщено на случай сетей из произвольных цифровых автоматов, а в третьей для сети из первой предложен способ локализации ошибок с точностью до компонента. Локализация в [3] производится за счёт использования положений теории помехоустойчивого кодирования, что приводит к необходимости введения в сеть достаточно большой избыточности.

В настоящей работе предложено другое решение этой задачи, позволяющее свести сложность диагностической модели для локализации ошибок в сети (т. е. вводимую избыточность), к минимуму по критерию порядка [5]

В качестве объекта диагностирования рассматривается сеть из цифровых автоматов, и для простоты считается, что компонентами сети являются автоматы без выходного логического преобразователя, т. е. автоматы состояний. В этом случае каждый (i-й) автомат в сети задаётся тройкой $\mathbf{A}_i = (\mathbf{X}_i, \mathbf{Q}_i, \boldsymbol{\delta}_i)$, где $\mathbf{X}_i = \{\mathbf{x}_i\}$ – множество входных воздействий (входов) автомата, $\mathbf{Q}_i = \{\mathbf{q}_i\}$ – множество его состояний, и $\boldsymbol{\delta}_i = \boldsymbol{\delta}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{q}_i)$ – функция переходов (динамики) $\mathbf{A}_i$, причём $\mathbf{X}_i$ и $\mathbf{Q}_i$ суть множества двоичных векторов, $\boldsymbol{\delta}_i$ – векторная булева (логическая) функция [4].

Диагностируемая сеть, образованная как композиция $\mathbf{A}_i$ (рис. 1), также является цифровым автоматом состояний $\mathbf{S} = (\mathbf{X}, \mathbf{Q}, \boldsymbol{\delta})$. Множество состояний сети есть $\mathbf{Q} = \bigtimes_{i=1}^{n} \mathbf{Q}_i$, где n – число компонентов $\mathbf{S}$, а вектор $\mathbf{q} \in \mathbf{Q}$ есть вектор вида $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \ldots, \mathbf{q}_i, \ldots, \mathbf{q}_n)$. Вектор входа сети $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$ образуется по аналогии с её вектором состояний, но включает в себя только внешние (не зависящие от $\mathbf{q}$) компоненты $\mathbf{x}_i$. Векторная булева функция переходов сети является композицией $\boldsymbol{\delta} = (\boldsymbol{\delta}_1, \ldots, \boldsymbol{\delta}_i, \ldots, \boldsymbol{\delta}_n)$ [4].

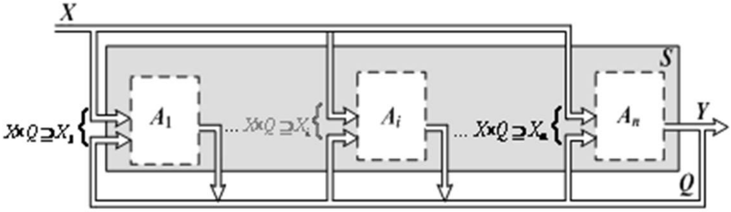

Рис.1.

Пусть для каждого автомата $\mathbf{A}_i$ сети $\mathbf{S}$ в соответствии с базовой формой ФД [5] оптимальным образом построены средства диагностирования. В структуру средств диагностирования входят:

– объект диагностирования $\mathbf{A}_i = (\mathbf{X}_i, \mathbf{Q}_i, \boldsymbol{\delta}_i)$;

– контрольный автомат $\boldsymbol{A}_{Ki} = (\boldsymbol{X}_{Ki}, \boldsymbol{Q}_{Ki}, \boldsymbol{\delta}_{Ki})$, который функционирует синхронно с автоматом $\boldsymbol{A}_i$;

– безынерционный функциональный преобразователь (дискриминатор ошибок) $\boldsymbol{D}_i$. Он состоит из двух узлов: вычислителя векторной функции соответствия $\boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{q}_i)$ и устройства сравнения $\otimes$, на выходе которого формируется бинарная решающая функция $\varepsilon_i[\boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{q}_i), \boldsymbol{q}_{Ki}]$ (рис. 2).

Контрольный автомат $\boldsymbol{A}_{Ki} = (\boldsymbol{X}_{Ki}, \boldsymbol{Q}_{Ki}, \boldsymbol{\delta}_{Ki})$ отслеживает состояния автомата $\boldsymbol{A}_i = (\boldsymbol{X}_i, \boldsymbol{Q}_i, \boldsymbol{\delta}_i)$ с точностью, достаточной для обнаружения ошибок заданного класса E_i, входом $\boldsymbol{A}_{Ki}$ является композиция из элементов $\boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{X}_i$ и $\boldsymbol{q}_i \in \boldsymbol{Q}_i$.

Множество входов контрольного автомата $\boldsymbol{A}_{Ki}$ есть подмножество декартового произведения $\boldsymbol{X}_i \times \boldsymbol{Q}_i$, в котором $\boldsymbol{X}_i \subseteq \boldsymbol{X} \times \boldsymbol{Q}$, тогда $\boldsymbol{X}_{Ki} \subseteq \boldsymbol{X} \times \boldsymbol{Q} \times \boldsymbol{Q}_i$, т. е. функция переходов $\boldsymbol{\delta}_{Ki}$ кроме $\boldsymbol{q}_{Ki}$ зависит ещё от трёх внешних по отношению к $\boldsymbol{A}_{Ki}$ аргументов: $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{q}$ и $\boldsymbol{q}_i$.

Дискриминатор ошибок $\boldsymbol{D}_i$ есть логическая схема, в которой вычисляется функция соответствия $\boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{q}_i)$, её значение при отсутствии ошибок в $\boldsymbol{A}_i$ и $\boldsymbol{A}_{Ki}$ всегда равно значению $\boldsymbol{q}_{Ki} \in \boldsymbol{Q}_{Ki}$.

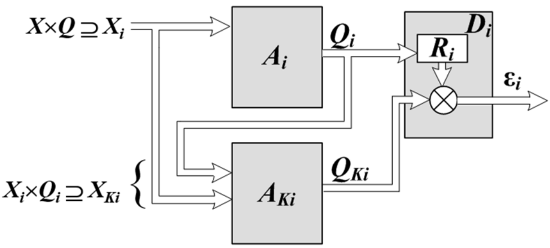

Рис. 2

При ошибке равенство нарушается, для обнаружения её сравнения вычисляется бинарная решающая функция $\varepsilon_i[\boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{q}_i), \boldsymbol{q}_{Ki}]$, значение которой при несправедливости соотношения $\boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{q}_i) = \boldsymbol{q}_{Ki}$ инвертируется. Обычно при отсутствии ошибок она равна нулю, а при наличии – единице.

Поскольку средства ФД построены для каждого компонента сети индивидуально, обнаружение ошибок сопровождается их локализацией с точностью до компонента сети, причём ошибки во всех компонентах могут быть локализованы одновременно.

Так как сеть $\boldsymbol{S}$ представляет собой цифровой автомат состояний, решение задачи ФД для неё тоже можно найти в базовой форме. Она, по аналогии с предыдущей (рис. 2), должна включать в себя объект диагностирования $\boldsymbol{S}$, контрольную систему (автомат) $\boldsymbol{S}_K$ и дискриминатор ошибок $\boldsymbol{D}$. Сеть $\boldsymbol{S}$ как состоящая из всех $\boldsymbol{A}_i$ определена, $\boldsymbol{S}_K$ и $\boldsymbol{D}$ нужно синтезировать, преобразуя совокупности известных $\boldsymbol{A}_{Ki}$ и $\boldsymbol{D}_i$ в $\boldsymbol{S}_K$ и $\boldsymbol{D}$, соответственно.

Класс обнаруживаемых ошибок не может быть шире объединения классов ошибок, локализуемых с помощью $\boldsymbol{A}_{Ki}$ и $\boldsymbol{D}_i$, уменьшение затрат на ФД может произойти только за счёт его сужения.

Решаемую задачу можно поставить следующим образом.

Пусть n цифровых автоматов состояний $\boldsymbol{A}_i$ образуют сеть $\boldsymbol{S}$ и для каждого автомата сети оптимальным образом синтезирован автомат $\boldsymbol{A}_{Ki}$ и дискриминатор ошибок $\boldsymbol{D}_i$. Построить средства ФД для всей сети так, чтобы входящие в неё контрольная система $\boldsymbol{S}_K$ имела минимальный порядок и совместно с дискриминатором ошибок $\boldsymbol{D}$ обеспечивала обнаружение и локализацию ошибок в произвольном, но единственном компоненте сети.

Для решения поставленной задачи нужно найти три логические функции, определяющие вид контрольной системы $\boldsymbol{S}_K$ и дискриминатора ошибок $\boldsymbol{D}$. Во-первых, функцию соответствия $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$. В общем случае она является векторной и с одной стороны, синтезируется исходя из класса обнаруживаемых ошибок, а с другой, задаёт вектор состояния $\boldsymbol{S}_K$, так как при отсутствии ошибок в сети $\boldsymbol{q}_K = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$. Во-вторых, решающую функцию $\boldsymbol{\varepsilon}[\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}), \boldsymbol{q}_K]$, вид которой характеризует способ фиксации ошибок и глубину их локализации. При обнаружении ошибок она может быть скалярной даже в случае многократных ошибок [5], локализация с необходимостью требует её векторности. В-третьих, также в общем случае векторную, функцию переходов $\boldsymbol{\delta}_K(\boldsymbol{x}_K, \boldsymbol{q}_K)$ системы $\boldsymbol{S}_K$. Первые две функции определяют дискриминатор ошибок $\boldsymbol{D}_i$, вторая и третья – контрольную систему $\boldsymbol{S}_K$.

Найдём решающую функцию $\boldsymbol{\varepsilon}$. Она зависит от вектора состояний $\boldsymbol{q}_K$ и функции соответствия $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$, причём последняя должна явным образом выделяться из выражения для $\boldsymbol{\varepsilon}$, т. е $\boldsymbol{\varepsilon}$ представима в виде разделимой декомпозиции по $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$ и $\boldsymbol{q}_K$. При решении задач ФД сетей её можно получить только с помощью линейных преобразований [5].

Используем условие единственности компонента сети с ошибкой. Из него следует, что исходная векторная решающая функция $\boldsymbol{\varepsilon}_И = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_i, \ldots, \varepsilon_n)$, компоненты которой решающие функции всех $\boldsymbol{A}_{Ki}$, равна нулевому вектору при отсутствии ошибок и вектору с единичной нормой Хэмминга при их наличии, причём число единичных равно n.

Образуем из нулей и единиц матрицу $\mathbf{G}$ размерности $n \times m$, где $m = \left]\log_2(n+1)\right[$ – ближайшее к $\log_2(n+1)$ большее целое число, так, чтобы её строки представляли собой последовательно идущие m-разрядные двоичные вектора (числа) от 1 до m, и найдём произведение $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_И \mathbf{G}$. В нём этом значения m-разрядного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ и n-разрядного $\boldsymbol{\varepsilon}_И$ связаны взаимно-однозначно, причём при единичной норме вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_И$ значение двоичного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ совпадает с номером единичного разряда $\boldsymbol{\varepsilon}_И$. Если в сети $\boldsymbol{S}$ ошибок нет, то $\boldsymbol{\varepsilon}_И = \mathbf{0}$, и вектор $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_И \mathbf{G}$ также равен нулю, что является признаком нормальной работы системы.

Введённое преобразование позволяет локализовать автомат с ошибкой в сети при минимальной размерности вектора, фиксирующего их, и определяет искомую векторную решающую функцию как результат умножения векторного аргумента, образованного композицией скалярных функций ε_i, на введённую выше матрицу $\mathbf{G}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_i, \ldots, \varepsilon_n)\mathbf{G}, \tag{1}$$

Соотношение (1), задавая решающую функцию через линейное преобразование, тем не менее, разделимой декомпозицией не является. Рассмотрим возможности изменения его формы. Для начала, положим, что аргументы всех решающих функций ε_i скалярны, т. е. $\varepsilon_i[\boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{q}_i),\ \boldsymbol{q}_{Ki}] = \varepsilon_i[r_i(\boldsymbol{q}_i),\ q_{Ki}]$. К примеру, такая ситуация имеет место, если во всех $\boldsymbol{A}_i$ обнаруживаются только однократные ошибки. Поскольку в скалярном случае $\varepsilon_i[r_i(\boldsymbol{q}_i), q_{Ki}] = r_i(\boldsymbol{q}_i)\oplus q_{Ki}$ [5], простая подстановка трансформирует (1) в

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1,\ldots, \varepsilon_i,\ldots,\varepsilon_n)\mathbf{G} = [(r_1(\boldsymbol{q}_1)\oplus q_{K1},\ldots, r_i(\boldsymbol{q}_i)\oplus q_{Ki},\ldots, r_n(\boldsymbol{q}_n)\oplus q_{Kn}]\mathbf{G},$$

что после учёта ассоциативности суммирования по модулю два и линейности матричного умножения приведёт к заданию решающей функции как покомпонентной суммы двух векторов вида

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [r_1(\boldsymbol{q}_1),\ldots, r_i(\boldsymbol{q}_i),\ldots, r_n(\boldsymbol{q}_n)]\mathbf{G}\oplus(q_{K1},\ldots, q_{Ki},\ldots, q_{Kn})\mathbf{G}. \tag{2}$$

Полученная сумма есть разделимая декомпозиция, из которой легко выделяются вектор состояния $\boldsymbol{q}_K$ и функция соответствия $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$:

$$\boldsymbol{q}_K = (q_{K1},\ldots, q_{Ki},\ldots, q_{Kn})\mathbf{G} = [r_1(\boldsymbol{q}_1),\ldots, r_i(\boldsymbol{q}_i),\ldots, r_n(\boldsymbol{q}_n)]\mathbf{G} = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}). \tag{3}$$

Следует отметить, что в части равенств $(q_{K1},\ldots, q_{Ki},\ldots, q_{Kn})\mathbf{G} = [r_1(\boldsymbol{q}_1),\ldots, r_i(\boldsymbol{q}_i),\ldots, r_n(\boldsymbol{q}_n)]\mathbf{G}$ и $\boldsymbol{q}_K = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q})$ соотношение (3) справедливо только при отсутствии ошибок в $\boldsymbol{S}$ и $\boldsymbol{S}_K$, появление ошибок эти равенства нарушает, что и позволяет их обнаружить и локализовать.

Для полного задания контрольной системы $\boldsymbol{S}_K$ осталось найти функцию переходов $\boldsymbol{\delta}_K(\boldsymbol{x}_K,\ \boldsymbol{q}_K)$. Обозначим для компактности вектор, компоненты которого суть функции переходов этих автоматов $\boldsymbol{A}_{Ki}$, символом $\langle\boldsymbol{\delta}_{Ki}(\boldsymbol{x}_{Ki}, q_{Ki})\rangle$. При скалярности всех функций соответствия $r_i(\boldsymbol{q}_i)$, все компоненты этого вектора также скалярны, т. е. $\boldsymbol{\delta}_{Ki}(\boldsymbol{x}_{Ki}, q_{Ki}) = \delta_{Ki}(\boldsymbol{x}_{Ki}, q_{Ki})$. Поскольку состояния и функция переходов автомата $\boldsymbol{A}_{Ki}$ в двух соседних тактах t и t^* связаны равенством $q_{Kit^*} = \delta_{Ki}(\boldsymbol{x}_{Kit}, q_{Kit})$, из (3) следует, что в такте t^* вектор $\boldsymbol{q}_{Kt^*} = \langle\delta_{Ki}(\boldsymbol{x}_{Kit}, q_{Kit})\rangle\mathbf{G}$ и далее

$$\boldsymbol{\delta}_K(\boldsymbol{x}_K, \boldsymbol{q}_K) = \langle\delta_{Ki}(\boldsymbol{x}_{Ki}, q_{Ki})\rangle\mathbf{G} = [\delta_{K1}(\boldsymbol{x}_{K1}, q_{K1}),\ldots, \delta_{Kn}(\boldsymbol{x}_{Kn}, q_{Kn})]\mathbf{G}. \tag{4}$$

Полученное выражение задаёт функцию переходов $\boldsymbol{S}_K$, однако оно неконструктивно, поскольку содержит в правой части состояния $\boldsymbol{A}_{Ki}$, от которых нужно избавиться. Для этого, используя справедливое при отсутствии ошибок равенство $r_i(\boldsymbol{q}_i) = q_{Ki}$, заменим в (4) состояния q_{Ki} функциями соответствия $r_i(\boldsymbol{q}_i)$ и получим $\boldsymbol{\delta}_K(\boldsymbol{x}_K, \boldsymbol{q}_K) = \langle \delta_{Ki}[\boldsymbol{x}_{Ki}, r_i(\boldsymbol{q}_i)] \rangle \mathbf{G}$. Правая часть этого равенства не зависит от $\boldsymbol{q}_K$, что определяет реализацию системы $\boldsymbol{S}_K$ в форме логической задержки [4] и позволяет окончательно найти её функцию переходов как

$$\boldsymbol{\delta}_K(\boldsymbol{x}_K) = \langle \delta_{Ki}[\boldsymbol{x}_{Ki}, r_i(\boldsymbol{q}_i)] \rangle \mathbf{G} = \{\delta_{K1}[\boldsymbol{x}_{K1}, r_1(\boldsymbol{q}_1)], \ldots, \delta_{Kn}[\boldsymbol{x}_{Kn}, r_n(\boldsymbol{q}_n)]\} \mathbf{G}. \quad (5)$$

Следует отметить, что вектор $\boldsymbol{x}_K$ в (5) есть составной вектор, в общем случае включающий в себя, кроме компонентов вектора входа системы $\boldsymbol{S}$, компоненты как её вектора состояний, так и векторов состояний всех $\boldsymbol{A}_i$. Это объясняется тем, что из $\boldsymbol{X}_{Ki} \subseteq \boldsymbol{X} \times \boldsymbol{Q} \times \boldsymbol{Q}_i$ следует $\boldsymbol{X}_K \subseteq \boldsymbol{X} \times \boldsymbol{Q} \times \left(\mathop{\times}_{i=1}^{n} \boldsymbol{Q}_i \right)$, а $\boldsymbol{x}_K \in \boldsymbol{X}_K$.

Таким образом, поскольку все три функции, задающие контрольную систему $\boldsymbol{S}_K$, и дискриминатор ошибок $\boldsymbol{D}$, соотношениями (2), (3) и (5) определены, а способ формирования входящей в них матрицы $\mathbf{G}$ указан, поставленная задача применительно к случаю скалярности всех функций соответствия для компонентов сети $\boldsymbol{S}$ решена. Контрольная система $\boldsymbol{S}_K$, реализуема в форме логической задержки минимальным по критерию порядка образом, технически её построение сводится к решению задачи логического синтеза стандартными методами.

Планируется расширение данной задачи, при предположении, что может произойти несколько ошибок в одном или же нескольких компонентах. В данном случае решающая функция будет представлять собой не скаляр, а вектор, размерность которого будет определять число обнаруживаемых ошибок в одном компоненте.

Список литературы

1. *Быстрова, И.В.* Функциональное диагностирование сетей из цифровых автоматов состояний / И. В. Быстрова, Б. П. Подкопаев // Известия вузов России. Радиоэлектроника.– 2018.– №-2.– С.12–20.
2. *Быстрова, И. В.* Диагностическое моделирование сетей из цифровых автоматов / И. В. Быстрова, Б. П. Подкопаев // САПР и моделирование в современной электронике: сб. науч. тр. II Междунар. науч.-практ. конф. – Брянск: БГТУ, 2018. – С. 169 – 174.
3. *Быстрова, И. В.* Локализация ошибок в сетях из цифровых автоматов состояний / И. В. Быстрова, Б. П. Подкопаев // Актуальные проблемы радиотехники и телекоммуникаций: материалы всерос. науч.-техн. конф. – Самара: ООО "Офорт", 2018. – С. 45 -47.
4. *Hartmanis J.* The Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. / J. Hartmanis, R. Stearns New York: Prentice Hall, 1966.– 211 p.
5. *Подкопаев, Б.П.* Алгебраическая теория функционального диагностирования динамических систем. Ч.1 Системы, диагностирование систем, системные алгебры / Б.П. Подкопаев. − СПб.: Элмор, 2007. –132 с.

Материал поступил в редколлегию 09.10.19.