Лекция 8

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ШУМОВ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

План

1. Введение
2. Анализ чувствительности методом малых приращений
3. Анализ чувствительности методом присоединенных схем
4. Анализ шумов аналоговых электронных цепей
5. Выводы

1. Ведение

При проектировании электронных цепей важно знать, как влияет на характеристики цепи изменение параметров элементов. Для линейных цепей это влияние оценивают с помощью функций чувствительности.

Пусть $H(jw)$ – функция цепи, a_i – параметр одного из компонентов этой цепи, изменяющийся под действием дестабилизирующих факторов. Функция относительной чувствительности $H(jw)$ к вариациям a_i определяется по формуле

$$S_a^{H(jw)} = \frac{dH(jw)}{da_i}\frac{a_i}{H(jw)}. \qquad (8.1)$$

В соответствии с (8.1) чувствительность $S_a^{H(jw)}$ можно рассматривать как отношение относительного изменения функции цепи к относительному изменению параметра a_i при условии, что эти изменения малы. Поскольку $H(jw)$ – комплексная функция частоты w, то и чувствительность $S_a^{H(jw)}$ также является функцией частоты. Представим $H(jw)$ в показательной форме:

$$H(jw) = H(w)e^{jj(w)}.$$

Тогда

$$S_a^{H(jw)} = \frac{dH(w)}{da_i}\frac{a_i}{H(w)} + ja_i\frac{dj(w)}{da_i}.$$

Функция чувствительности является одним из наиболее важных показателей качества частотно-избирательных цепей Информация о чувствительности используется в различных целях.

1. Функция чувствительности является критерием для сравнительной оценки различных конфигураций электронных цепей.
2. Результаты анализа чувствительности используются для определения допусков на параметры элементов цепи.
3. Функция абсолютной чувствительности используются при оптимизации характеристик электронных цепей для расчета градиента целевой функции.
4. Чувствительность позволяет понять, как влияют вариации какого-либо параметра на характеристики цепи.

Перечислим некоторые свойства функции относительной чувствительности, определяемой формулой (8.1).

Свойство 1. Чувствительность произведения параметра на постоянную равна чувствительности исходного параметра.

Свойство 2. Чувствительность к изменению обратной величины равна чувствительности к изменению исходной величины, взятой с обратным знаком.

Свойство 3. Чувствительность произведения варьируемых параметров равна сумме чувствительностей отдельных параметров.

Перечисленные свойства легко могут быть получены с помощью формулы (8.1).

Расчет чувствительностей представляет трудоемкую процедуру. В аналитической форме он возможен только для простых цепей.

В настоящее время разработаны эффективные машинные методы анализа чувствительности. Мы рассмотрим два наиболее эффективных метода – метод малых приращений и метод присоединенных схем.

2. Анализ чувствительности методом возмущенных схем

Рассмотрим двухполюсный элемент с комплексным сопротивлением $Z(jw)$ (рис. 8.1, а). При изменении сопротивления на величину ΔZ напряжение элемента изменится

$$\Delta U = Z(jw)\cdot \Delta I + \Delta Z \cdot I + \Delta Z \cdot \Delta I .$$

Если приращение ΔZ мало, то последнее слагаемое мы можем отбросить:

$$\Delta U = Z(jw)\cdot \Delta I + \Delta Z \cdot I .$$

Последнему равенству соответствует двухполюсник, показанный на рис. 8.1,б.

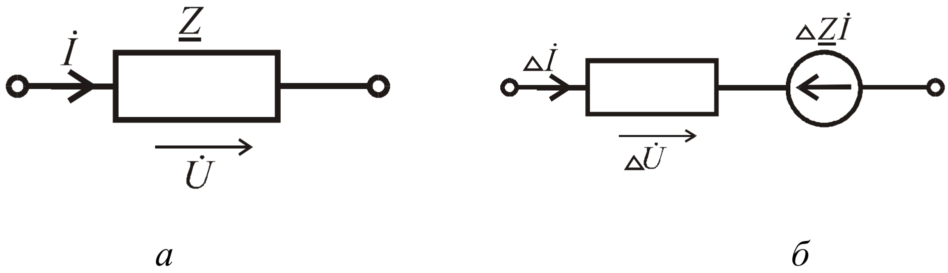


Рис. 8.1

Схему на рис. 8.1, б назовем возмущенной. Аналогичным образом могут быть построены возмущенные схемы для других элементов. Подробно вопрос построения возмущенных схем рассмотрен в [12, гл. 15].

Анализ чувствительностей методом возмущенных схем выполняется в следующем порядке.

1. Анализируется цепь при номинальных значениях элементов.
2. По результатам п. 1 строится «возмущенная» схема.
3. Анализируется «возмущенная» схема и определяются приращения выходных переменных.
4. Рассчитывается функция абсолютной чувствительности

$$S \approx \frac{\Delta U_i}{\Delta x_j}.$$

Отметим, что исходная и возмущенная схемы имеют одинаковый граф. Возмущенная схема отличается от исходной только наличием дополнительных независимых источников. Поэтому для решения уравнений исходной и возмущенной схем удобно использовать метод LU-разложения.

3. Анализ чувствительности методом присоединенных схем

Одним из наиболее эффективных методов анализа чувствительности является метод присоединенных схем. В соответствии с этим методом для расчета чувствительности характеристики цепи к вариациям всех элементов достаточно провести анализ двух идентичных по топологии схем – исходной и присоединенной. Присоединенной называют цепь, имеющую матрицу узловых проводимостей, транспонированную по отношению к матрице узловых проводимостей исходной цепи.

Рассмотрим цепь, описываемую системой расширенных узловых уравнений

$$[Y][V]=[J]. \qquad (8.2)$$

Пусть $[Y]$ и $[V]$ являются функциями параметра a_i, а вектор правой части не зависит от этого параметра.

Дифференцируя (8.2) по a_i, получим

$$\frac{d[Y]}{da_i}[V]+[Y]\frac{d[V]}{da_i}=0.$$

Из последнего равенства определим вектор производных

$$\frac{d[V]}{da_i}=-[Y]^{-1}\frac{d[Y]}{da_i}[V]. \qquad (8.3)$$

Формула (8.3) позволяет определить чувствительность всех элементов вектора $[V]$ к вариациям параметра a_i. Но на практике обычно требуется определить чувствительность какой-либо одной функции цепи, т.е. необходимо найти чувствительность одной переменной V_j к вариациям нескольких параметров a_i. Чтобы найти чувствительность V_j, умножим левую и правую части равенства (8.3) на единичный вектор $[u_j]^t$:

$$[u_j]^t\frac{d[V]}{da_i}=-[u_j]^t[Y]^{-1}\frac{d[Y]}{da_i}[V].$$

Здесь символ *t* означает транспозицию.

Перепишем последнее равенство в другой форме

$$[u_j]^t\frac{d[V]}{da_i}=-\left\{\left([Y]^{-1}\right)^t[u_j]\right\}^t\frac{d[Y]}{da_i}[V]. \qquad (8.4)$$

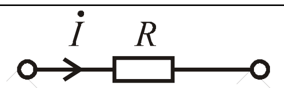
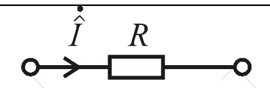
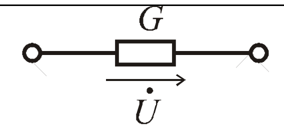
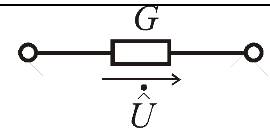
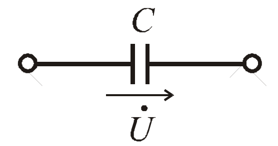
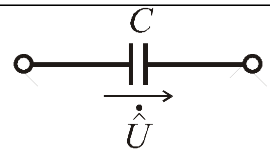
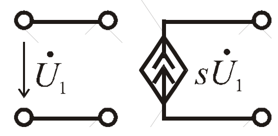
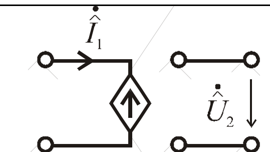
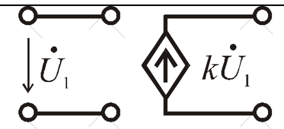
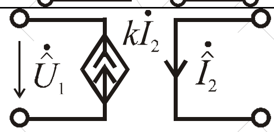
Левая часть последнего выражения равна производной dV_j/da_i. Произведение $-\left\{\left([Y]^{-1}\right)^t[u_j]\right\}=[V]$ можно рассматривать как вектор переменных некоторой цепи, топологически эквивалентной исходной. Эту цепь называют присоединенной. Здесь и далее символом будем обозначать переменные, относящиеся к присоединенной схеме.

Матрица коэффициентов расширенной системы узловых уравнений присоединенной цепи является транспонированной по отношению к матрице коэффициентов исходной цепи. В соответствии с (8.4) единичный вектор $[u_j]$ можно рассматривать как ток или напряжение источника, действующего в присоединенной цепи. Если V_j - напряжение j-го узла, в присоединенной схеме необходимо включить источник тока между j-м и базисным узлами.

Рис. 8.2

Итак, из формулы (8.4) следует, что чувствительность функции цепи к вариациям любого параметра можно определить как произведение переменных в исходной и присоединенной цепях. При этом формулы вычисления чувствительности одинаковы для различных видов функций цепи. Изменяется только характер входного воздействия в присоединенной схеме.

Таблица 8.1

Элемент	Схема	Присоединенная схема	Формула чувствительности
R			$\frac{\partial H(jw)}{\partial R} = -\dot I\hat{\dot I}$
G			$\frac{\partial H(jw)}{\partial G} = \dot U\hat{\dot U}$
L			$\frac{\partial H(jw)}{\partial L} = -jw\dot I\hat{\dot I}$
C			$\frac{\partial H(jw)}{\partial} = jw\dot U\hat{\dot U}$
ИТУН			$\frac{\partial H(jw)}{\partial} = -\hat{\dot I}_1\dot U_2$
ИНУН			$\frac{\partial H(jw)}{\partial} = \dot U_1\hat{\dot I}_2$

Выведем соотношение для расчета чувствительности к вариациям резистора R_i. Будем рассматривать резистор как Z-ветвь в системе расширенных узловых уравнений. Нетрудно найти, что матрица производных $d[Y]/dR_i$ содержит только один ненулевой элемент, расположенный на пересечении строки и столбца, соответствующих резистору R_i в расширенной системе уравнений. Выполняя умножение элементов в соответствии с (8.4) найдем, что абсолютная чувствительность напряжения *j*-го узла к вариациям сопротивления резистора R_i определяется произведением токов в исходной и присоединенной цепях

$$\frac{dV_j}{dR_i} = I_{Ri} .$$

Аналогичным образом можно получить выражения для расчета чувствительностей к вариациям других элементов. Эти выражения приведены в табл. 8.1.

Отметим, что метод присоединенных схем применим для расчета чувствительностей любых линейных систем, в том числе дискретных и цифровых.

4. Многопараметрическая чувствительность

Функции чувствительности к вариациям отдельных элементов неудобны для сравнительного анализа и оптимизации электронных схем. С их помощью можно оценить влияние на характеристики цепи отдельных элементов. Для учета влияния всех элементов необходимы интегральные критерии. В качестве таких критериев используют функции многопараметрической чувствительности. Многопараметрическая чувствительность может использоваться в качестве целевой функции при оптимизации, а также учесть случайную природу изменения значений элементов.

Наиболее распространенный критерий многопараметрической чувствительности определяют с помощью формулы

$$M(\bar{x}) = E\left(\int_{w1}^{w2} \left| \frac{\Delta H}{H} \right|^2 dw \right) .$$

Здесь E – математическое ожидание. $M(\bar{x})$ называют статистической мерой многопараметрической чувствительности. Критерий $M(\bar{x})$определяет чувствительность характеристик для диапазона частот $w_1 \le w \le w_2$.

Статистическая мера многопараметрической чувствительности учитывает случайный характер изменения значений элементов. С ее помощью можно учитывать и взаимную корреляцию между отклонениями. Следует отметить, что расчет многопараметрической чувствительности очень трудоемок. За исключением тривиальных случаев $M(\bar{x})$можно рассчитать только с помощью ЭВМ.

Подробно вопросы анализа многопараметрической чувствительности рассмотрены в [14].

4. Анализ шумов аналоговых электронных схем

Шумы в аналоговых электронных цепях обусловлены шумами полупроводниковых компонентов и резисторов. Преобладающими являются шумы полупроводниковых компонентов. Шумы резисторов сравнимы с шумами, генерируемыми ОУ только в тех случаях, когда номиналы резисторов составляют сотни кОм.

Наиболее важными составляющими шума в аналоговых цепях являются дробовой, тепловой и фликкер-шум.

Тепловой шум генерируют резистивные элементы цепи. Спектр такого шума одинаков на всех частотах.

Дробовой шум. Электрический ток представляет движение дискретных зарядов. Запишем выражение для тока в виде $I = nq$, где q – заряд электрона, а n – среднее число носителей заряда, проходящих через поперечное сечение проводника за 1 секунду. Если через $i(t)$ обозначить полный, зависящий от времени флуктуирующий ток, то среднее значение $i(t)$ будет равно

$$\overline{i(t)} = I .$$

Шумовой ток имеет нулевое среднее по времени значение. Среднеквадратичная величина $i_{ш}(t)$ зависит от характера распределения зарядов и взаимодействия между ними.

В наиболее простой модели предполагается, что каждому электрону соответствует импульс заряда, а взаимодействие между электронами отсутствует. В этом случае функция спектральной плотности шумового тока

$$S_i(f) = 2qI .$$

Из этого уравнения следует, что спектр шума постоянен для всех частот. Спектры с такими характеристиками называются белым шумом. Кроме того, амплитуда спектральной плотности мощности пропорциональна среднему значению тока I.

Таким образом, каждому электрическому току можно поставить в соответствие источник дробового шумового тока с функцией спектральной плотности $2qI$ на всех частотах.

Рассмотрим вопрос о том, какие типы электронных приборов имеют значительный дробовой шум. Его величина зависит от внутреннего сопротивления источника дробового шумового тока. Чем больше сопротивление источника, тем большая часть шумового тока поступает во внешнюю цепь. Примером может служить коллекторный переход биполярного транзистора, смещенный в обратном направлении. Поскольку его сопротивление велико, дробовой шум, соответствующий коллекторному току, будет значительным.

Тепловой шум. Электроны в проводнике находятся в быстром тепловом движении, сходном с движением частиц идеального газа. Электрический ток через поперечное сечение проводника не является постоянным, а испытывает флуктуации, вызываемые тепловым движением электронов. Этот шум, называемый тепловым, моделируется эквивалентной схемой, состоящей из последовательно включенных нешумящего резистора R и источника шумового напряжения $e_{ш}(t)$. Среднее значение $e_{ш}(t)$ равно нулю, а функция спектральной плотности имеет вид:

$$S_u(f) = 4kTR,$$

где k – постоянная Больцмана, T – температура в градусах Кельвина. Тепловой шум является белым шумом, так что только частотная характеристика внешней цепи будет определять среднеквадратичную мощность, отдаваемую таким источником.

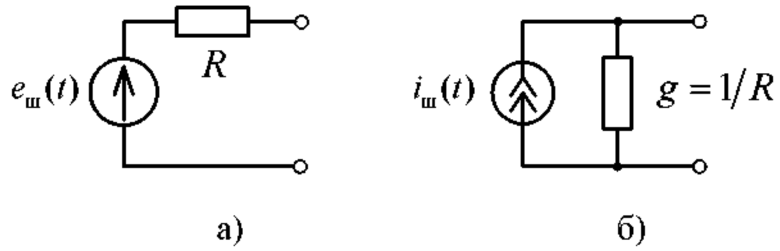


Рис. 8.3

Экспериментально установлено, что интенсивность теплового шума не зависит от величины тока через цепь (если только этот ток не изменяет температуру цепи).

При компьютерном моделировании шумы моделируют включением независимых некоррелированных источников напряжения или тока в линеаризованные модели электронных компонентов. Вклад каждого источника в общий уровень шума выходного необходимо рассматривать отдельно. Поэтому необходимо рассчитать цепь только с одним источником шума, а затем повторить расчет для всех остальных источников. Суммарная амплитуда шумов на выходе равна квадратному корню из суммы квадратов амплитуд шумов, обусловленных отдельными источниками.

Одним из наиболее часто используемых шумовых параметров является коэффициент шума. Он равен отношению мощности шума на выходе к части входной мощности, обусловленной тепловыми шумами. Коэффициент шума выражается формулой:

$$F(w)=1+\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|H_i(jw)\right|^2 S_i(w)}{\left|H(jw)\right|^2 S_{вх}(w)}.$$

Здесь $S_i(w)$ - спектральная плотность i - го источника шума.

Из этой формулы следует, что спектральная плотность шума на выходе цепи может быть найдена как следствие действия каждого из источников:

$$S_{out}(w)=\sum_{i=1}^{n}\left|H_i(w)\right|^2 S_i(w).$$

Таким образом, шумовые свойства цепи определяются видом передаточных функций между внутренними узлами и выходом цепи.

5. Выводы

1. Влияние изменения параметров элементов на характеристики цепи оценивают с помощью функций чувствительности.
2. Функция относительной чувствительности $H(jw)$ к вариациям параметра a_i определяется по формуле

$$S_a^{H(jw)}=\frac{dH(jw)}{da_i}\frac{a_i}{H(jw)}$$

3. Расчет чувствительностей представляет трудоемкую процедуру. В аналитической форме он возможен только для простых цепей.
4. Одним из наиболее эффективных методов анализа чувствительности является метод присоединенных схем. В соответствии с этим методом для расчета чувствительности характеристики цепи к вариациям всех элементов достаточно провести анализ двух идентичных по топологии схем – исходной и присоединенной.
5. Для одновременного учета влияния всех элементов на характеристики цепи используют функции многопараметрической чувствительности.